الكيمياء

الجزء الأول: معايرة حمض وتصنيع إستر

1- معايرة حمض الإيثانويك:

1.1- كتابة معادلة تفاعل المعايرة:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

2.1 -1- مبيانيا حجم التكافؤ هو: $V_{BE} = 20mL$

2.1 -2- حساب الكتلة m :

* عند التكافؤ: $C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C_A = C_B.\dfrac{V_{BE}}{V_A}$

* ولدينا:

$$m = n.M(CH_3COOH) \Rightarrow m = C_A.V.M(CH_3COOH) \Rightarrow m = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}.V.M(CH_3COOH)$$

ت.ع: $m = \dfrac{2.10^{-2} \times 20}{20} \times 1 \times 60 \Rightarrow m = 1{,}2g$

3.1- تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء تفاعل محدود:

* إنشاء الجدول الوصفي لهذا التحول:

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة (mol)			
بدئية	$x=0$	0	0	وفير	$C_A.V$
بينية	x	x	x	وفير	$C_A.V - x$
توازن	$x = x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير	$C_A.V - x_{éq}$
قصوية	$x = x_{max}$	x_{max}	x_{max}	وفير	$C_A.V - x_{max}$

*حساب τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل:

- حسب الجدول نجد، عند حالة التوازن:

$$n_{éq}(H_3O^+) = x_{éq} \Rightarrow [H_3O^+]_{éq} = \frac{n_{éq}(H_3O^+)}{V} = \frac{x_{éq}}{V} \Rightarrow x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V$$

- عند الحالة القصوى: $C_A.V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_A.V$

- نسبة التقدم النهائي للتفاعل:

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_m} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{C_A.V} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_A} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

- مبيانيا قبل إضافة محلول الصودا، فإن $pH \approx 3{,}2$ عند $V_{BE} = 0$:

ت.ع: $\tau = \dfrac{10^{-3{,}2}}{2.10^{-2}} \approx 0{,}031 = 3{,}1\%$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2015 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش **المؤسسة** : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

4.1- * إثبات العلاقة: $V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$

* الجدول الوصفي لتفاعل المعايرة:

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	وفير	0	$n_i(HO^-) = C_B.V_{versé}$	$n_i(AH) = C_A.V_A$
الحالة البينية	x	وفير	x	$C_B.V_B - x$	$C_A.V_A - x = C_B.V_{BE} - x$

- قبل التكافؤ فإن المتفاعل المُحد هو أيونات الهيدروكسيد HO^-: $C_B.V_B - x = 0 \Rightarrow x = C_B.V_B$

- تكتب ثابتة الحمضية للمزدوجة $CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)}$:

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} = \frac{\dfrac{x}{V_A + V_B}}{\dfrac{C_B.V_{BE} - x}{V_A + V_B}} \times 10^{-pH} = \frac{C_B.V_B}{C_B.V_{BE} - C_B.V_B} \times 10^{-pH}$$

$$\Rightarrow K_A = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \times 10^{-pH} \Rightarrow \underline{K_A.(V_{BE} - V_B) = V_B.10^{-pH}}$$

* استنتاج قيمة الثابتة pK_A:

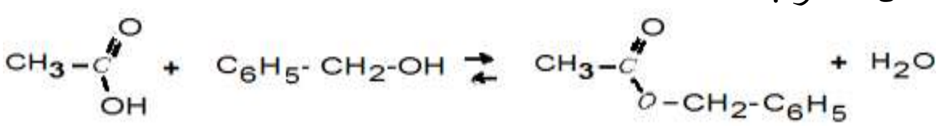
$$pK_A = -\log K_A \Rightarrow \underline{pK_A = -\log\left(\frac{V_B \times 10^{-pH}}{V_{BE} - V_B}\right)}$$

* مبيانيا عند $V_B = 16mL$ فإن $pH = 5,8$:

$$pK_A = -\log\left(\frac{16 \times 10^{-5,4}}{20 - 16}\right) \underline{\approx 4,8}$$

1- تصنيع إستر:

1.2- كتابة المعادلة الكيميائية لتفاعل الأسترة:



2.2- حساب المردود r_1 لتفاعل الأسترة:

$$r_1 = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{thé}(ester)} \Rightarrow r_1 = \frac{\dfrac{m}{M(ester)}}{x_{max}} = \frac{m}{M(ester).x_{max}} \Rightarrow \underline{r_1 = \frac{m}{M(ester).\dfrac{m_{ac}}{M_{ac}}}}$$

ت.ع:

$$r_1 = \frac{9,75}{150 \times \dfrac{6}{60}} \approx \underline{0,65 = 65\%}$$

3.2- إيجاد المردود r_2 لتفاعل الأسترة:

- في الحالة الأولى: تقدم التفاعل عند التوازن هو: $x_{éq} = n_{éq}(ester) = \dfrac{m}{M(ester)} = \dfrac{9,75}{150} = 6,5.10^{-2} mo\ell$

فتكون قيمة ثابتة التوازن هي:
$$K=\frac{[ester]_{éq}\times[eau]_{éq}}{[acide]_{éq}[alcool]_{éq}}=\frac{x_{éq}^{2}}{(n_i(ac)-x_{éq})^2}=\frac{0{,}065^2}{(0{,}1-0{,}065)^2}\approx 3{,}45$$

- في الحالة الثانية لا تتغير ثابتة التوازن لكون درجة الحرارة لم تتغير:
$$K=\frac{x'^{2}_{éq}}{(0{,}1-x'_{éq})(0{,}2-x'_{éq})}\approx 3{,}45 \Rightarrow 2{,}45.x'^{2}_{éq}-1{,}032.x'_{éq}+0{,}069=0 \Rightarrow x'_{éq}\approx 0{,}083\,mo\ell$$

- يكون المردود للتوازن الجديد:
$$r_2=\frac{n_{exp}(ester)}{n_{thé}(ester)} \Rightarrow \underline{r_2=\frac{x'_{éq}}{x_{max}}}$$

ت.ع:
$$r_2=\frac{0{,}083}{0{,}1}\approx \underline{0{,}83=83\%}$$

4.2- نقارن المردودين، فنجد:
$$r_2=83\% > r_1=65\%$$
نستنتج أن وجود أحد المتفاعلين بوفرة يزيح حالة توازن المجموعة الكيميائية نحو المنحى المباشر: تفاعل الأسترة.

الجزء الثاني: دراسة العمود نيكل - كوبلت

1- اختيار الجواب الصحيح من بين الاقتراحات:
نحسب خارج التفاعل البدئي:

المعادلة الكيميائية للتفاعل أثناء اشتغال العمود:
$$Ni^{2+}{}_{(aq)}+Co_{(S)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} Ni_{(S)}+Co^{2+}{}_{(aq)}$$

$$Q_{r;i}=\frac{[Co^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{0{,}3}{0{,}03}=\underline{10}$$

نلاحظ أن $Q_{r;i}=10<K=100$ ، فيحصل تطور للمجموعة الكيميائية في المنحى (1)، أي منحى اختفاء الكوبلت.
فتكون صفيحة النيكل هي القطب الموجب للعمود المدروس.

أ – خطأ ب – خطأ ج – صحيح د - خطأ

2- إيجاد تعبير التاريخ t_e الذي يتحقق عنده توازن المجموعة الكيميائية:

معادلة التفاعل	$Ni^{2+}{}_{(aq)}$ +	$Co_{(S)}$ →	$Ni_{(S)}$ +	$Co^{2+}{}_{(aq)}$		كمية مادة الإلكترونات المتبادلة: $n(e^-)$
حالة المجموعة	كميات المادة				التقدم	
الحالة البدئية	$C_1.V$	$n_i(Co)$	$n_i(Ni)$	$C_2.V$	0	0
حالة التوازن	$C_1.V-x_e$	$n_i(Co)-x_e$	$n_i(Ni)+x_e$	$C_2.V+x_e$	x_e	$2x_e$

عند التوازن نكتب ثابتة التوازن : $K=\frac{[Co^{2+}]_e}{[Ni^{2+}]_e}=\frac{\frac{C_2.V+x_e}{V}}{\frac{C_1.V-x_e}{V}}=\frac{C_2.V+x_e}{C_1.V-x_e}$ ، ومنه (1) $x_e=\frac{V(KC_1-C_2)}{K+1}$

ونعلم أن: $Q=n(e^-).F=I.t_e$ مع $n(e^-)=2.x_e$ ، ومنه (2) $t_e=\frac{2.x_e.F}{I}$

نعوض (1) في (2)، فنحصل على العلاقة:
$$\underline{t_e=\frac{2FV(KC_1-C_2)}{I(K+1)}}$$

ت.ع: $t_e = \dfrac{2\times 96500 \times 0{,}1\times(100\times 0{,}03-0{,}3)}{0{,}1\times(100+1)} = \underline{5{,}16.10^3 s = 1h26\min}$

3- حساب التغير Δm لكتلة إلكترود النيكل بين اللحظتين $t=0$ و t_e:

- لدينا العلاقة: $\Delta m = \Delta n(Ni).M(Ni) \quad (1)$

- من الجدول الوصفي: $\Delta n(Ni) = n_e(Ni) - n_i(Ni) = (n_i(Ni)+x_e) - n_i(Ni) = x_e \quad (2)$

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن: $\Delta m = x_e.M(Ni)$

- بتعويض $x_e = \dfrac{V(KC_1-C_2)}{K+1}$ نحصل على التعبير الأخير: $\underline{\Delta m = \dfrac{V(KC_1-C_2)}{K+1}.M(Ni)}$

- ت.ع: $\Delta m = \dfrac{0{,}1\times(100\times 0{,}03-0{,}3)}{100+1}\times 58{,}7 = \underline{0{,}157\,g = 157\,mg}$

الفيزياء

تمرين 1: التحولات النووية

1.1- معادلة تفاعل الاندماج: اتحاد نواتين خفيفتين لإنتاج نواة أكثر ثقلا.

توافق المعادلة A: $_1^2H + _1^3H \rightarrow _2^4He + _0^1n$

1.2.1- طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة $\mathcal{E}(_{92}^{235}U)$:

$$\mathcal{E}(_{92}^{235}U) = \frac{E\ell(_{92}^{235}U)}{235} = \frac{(2{,}21625-2{,}19835)\times 10^5}{235}$$

$$\underline{\mathcal{E}(_{92}^{235}U) \approx 7{,}62\,Mev/nucléon}$$

2.2.1- الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن التفاعل D:

$$|\Delta E_0| = |(2{,}19655-2{,}19835)\times 10^5| = \underline{180\,Mev}$$

1.2- حساب بالجول الطاقة $|\Delta E|$ الناتجة عن التحول:

$$4\,_1^1H \rightarrow _2^4He + 2._1^0e$$

$$|\Delta E| = |\Delta m.c^2| = |[m(_2^4He)+2.m(_1^0e)-4.m(_1^1H)].c^2|$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = |4{,}00151 + 2\times 5{,}48579.10^{-4} - 4\times 1{,}00728|\times u.c^2$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = 0{,}026512\times u.c^2 \qquad (1u.c^2 = 931{,}5\,MeV)$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = 0{,}026512\times 931{,}5\,MeV$$

$$\Rightarrow |\Delta E| \approx 24{,}7\,MeV \qquad (1MeV = 1{,}6022.10^{-13}J)$$

$$\Rightarrow |\Delta E| \approx 24{,}7\times 1{,}6022.10^{-13}J$$

$$\Rightarrow \underline{|\Delta E| \approx 3{,}96.10^{-12}J}$$

2.2- إيجاد عدد السنوات Δt اللازمة لاستهلاك كل الهيدروجين الموجود في الشمس:

- كتلة الهيدروجين المتواجدة في الشمس هي: $m_H = 10\%\times m_S$

- عدد نوى الهيدروجين الموافق: $N = \dfrac{m_H}{m(_1^1H)} = \dfrac{10\%\times m_S}{m(_1^1H)}$

- الطاقة $|\Delta E'|$ الناتجة عن تحول نواة واحدة من الهيدروجين هي: $|\Delta E'| = \frac{|\Delta E|}{4}$

- الطاقة $|\Delta E''|$ الناتجة عن تحول العدد N من النوى:

$$|\Delta E''| = N \times |\Delta E'| \quad \Rightarrow \quad |\Delta E''| = \frac{10\% \times m_S}{4 \times m({}_1^1H)} \times |\Delta E|$$

- عدد السنوات Δt:

$$\Delta t = \frac{|\Delta E''|}{E_S} \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta t = \frac{10\% \times m_S}{4 \times m({}_1^1H)} \times \frac{|\Delta E|}{E_S}}$$

ت.ع :

$$\Delta t = \frac{0{,}1 \times 2.10^{30}}{4 \times (1{,}00728 \times 1{,}66054 .10^{-27})} \times \frac{3{,}96.10^{-12}}{10^{34}} \underline{\approx 1{,}18.10^{10}\, ans}$$

تمرين2: الكهرباء

1: دراسة ثنائي القطب RL :

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية لـ u_{R_1} بين مربطي الموصل الأومي:

- قانون إضافية التوترات: $u_b + u_{R1} = E$

- في اصطلاح المستقبل: $u_{R1} = R_1.i$ و $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i = \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R1}}{dt} + r.\frac{u_{R1}}{R_1}$

- نعوض في المعادلة السابقة: $\frac{L}{R_1}.\frac{du_{R1}}{dt} + (\frac{r}{R_1}+1).u_{R1} = E$

أو

$$\underline{\frac{L}{(r+R_1)}.\frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = \frac{R_1}{(r+R_1)}.E}$$

2.1- تحديد قيمة المقاومة r للوشيعة:

- في النظام الدائم، تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل: $(u_{R1})_\infty = \frac{R_1}{(r+R_1)}.E$ ومنه: $\underline{r = \frac{R_1 \times E}{(u_{R1})_\infty} - R_1}$

- من المبيان الوارد في الشكل2، نجد: $(u_{R1})_\infty = 10{,}4V$

- ت.ع: $r = \frac{52 \times 12}{10{,}4} - 52 = \underline{8\Omega}$

3.1- التحقق من القيمة $L = 0{,}6H$:

- تعبير ثابتة الزمن لثنائي القطب المدروس: $\tau = \frac{L}{r+R_1}$ ومنه : $\underline{L = \tau \times (r+R_1)}$

- من المبيان الوارد في الشكل2، نجد: $\tau = 10ms = 10^{-2}s$

- ت.ع: $L = 10^{-2} \times (8+52) = \underline{0{,}6H}$

2: دراسة ثنائي القطب RC و RLC :

1.2- دراسة ثنائي القطب RC:

1.2-.1- تحديد قيمة R_0:

- حسب قانون إضافية التوترات بين A وB: $u_{AB}(t)=u_{R_0}+u_C(t)$
- عند اللحظة $t=0$: $u_C(0)=0$ و $u_{AB}(0)=u_{R_0}+u_C(0)=R_0.I_0+0$
- نستنتج أن: $R_0=\dfrac{u_{AB}(0)}{I_0}$
- ت.ع: مبيانيا: $u_{AB}(0)=2V$ و $R_0=\dfrac{2}{4.10^{-6}}=\underline{5.10^5\Omega}$

1.2-.2- إيجاد قيمة C سعة المكثف:

- الدالة $u_{AB}(t)$ تآلفية: $u_{AB}(t)=a+b.t \quad (1)$
- لدينا كذلك: $u_{AB}(t)=u_{R_0}+u_C(t)=R_0.I_0+\dfrac{q(t)}{C}$ أو $u_{AB}(t)=R_0.I_0+\dfrac{I_0}{C}.t \quad (2)$
- بمطابقة العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن: $\dfrac{I_0}{C}=b=\dfrac{\Delta u_{AB}}{\Delta t}$
- يكون تعبير سعة المكثف هو: $C=\dfrac{I_0}{\dfrac{\Delta u_{AB}}{\Delta t}}$
- ت.ع: $C=\dfrac{4.10^{-6}}{\dfrac{4-2}{5-0}}=\underline{10^{-5}F}$

2.2- دراسة ثنائي القطب RLC:

2.2-1- إثبات المعادلة التفاضلية لـ q شحنة المكثف:

- قانون إضافية التوترات: $u_b+u_R+u_c=0$
- في اصطلاح المستقبل: $u_R=R.i=R.\dfrac{dq}{dt}$ و $u_b=L.\dfrac{di}{dt}+r.i=L.\dfrac{d^2q}{dt^2}+r.\dfrac{dq}{dt}$ و $u_c=\dfrac{q}{C}$
- نعوض في المعادلة السابقة: $L.\dfrac{d^2q}{dt^2}+r.\dfrac{dq}{dt}+R.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{q}{C}=0$ أو $LC.\dfrac{d^2q}{dt^2}+(r+R)C.\dfrac{dq}{dt}+q=0$

أي: $\underline{\dfrac{d^2q}{dt^2}+\dfrac{r+R}{L}.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{LC}.q=0}$

2.2-2- تعبير $\dfrac{dE_t}{dt}$ بدلالة المقادير R وr وi:

- تعبير الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t:

$E_t=\dfrac{1}{2}C.(u_c)^2+\dfrac{1}{2}L.(i)^2$ أو $E_t=\dfrac{1}{2}C.u_c^2+\dfrac{1}{2}LC^2.(\dfrac{du_c}{dt})^2$ لأن $i=\dfrac{dq}{dt}=C.(\dfrac{du_c}{dt})$

- ومنه: $\dfrac{dE_t}{dt}=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}C.u_c^2+\dfrac{1}{2}LC^2.(\dfrac{du_c}{dt})^2\right)=\dfrac{1}{2}C.\dfrac{d}{dt}(u_c^2)+\dfrac{1}{2}LC^2.\dfrac{d}{dt}((\dfrac{du_c}{dt})^2)$

أو: $\dfrac{dE_t}{dt}=\dfrac{1}{2}C.(2u_c.\dfrac{du_c}{dt})+\dfrac{1}{2}LC^2.(2.\dfrac{du_c}{dt}\dfrac{d^2u_c}{dt^2})$

أي:
$$\frac{dE_t}{dt}=\underbrace{C\frac{du_c}{dt}}_{A}.\underbrace{(u_c+LC\frac{d^2u_c}{dt^2})}_{B}$$

- يكتب تعبير المقدار A:
$$A=C.\frac{du_c}{dt}=\frac{d(Cu_c)}{dt}=\frac{dq}{dt}=i$$

- من المعادلة التفاضلية، نستنتج أن:
$$B=u_c+LC\frac{d^2u_c}{dt^2}=-(r+R)C.\frac{du_c}{dt}=-(r+R).A=-(r+R).i$$

وبالتالي نحصل على تعبير $\frac{dE_t}{dt}$:
$$\underline{\frac{dE_t}{dt}=-(r+R).i^2}$$

2.2-3- * نبيِّن أن: $U_0=-\frac{L}{R}\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$:

- تكتب المعادلة التفاضلية السابقة:
$$L.\left(\frac{di}{dt}\right)(t)+(r+R).i(t)\ +u_c(t)=0 \quad \text{أو} \quad \frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(t)+(r+R).\frac{u_R(t)}{R}\ +u_c(t)=0$$

- عند اللحظة $t=0$: $u_C(0)=U_0$ و $u_R(0)=0$

- نستنتج أن: $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(0)+(r+R).\frac{u_R(0)}{R}\ +u_c(0)=0$ يكافئ : $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(0)+(r+R)\times\frac{0}{R}\ +U_0=0$

ومنه
$$U_0=-\frac{L}{R}\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$$

* ت.ع:

مبيانيا نجد:
$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}=\frac{0-(-4\times0,5)}{0-2,5.10^{-3}}=-800V.s^{-1}$$

ومنه
$$U_0=-\frac{0,6}{40}\times(-800)=\underline{12V}$$

2.2-4- إيجاد $|Ej|$ الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين $t=0$ و $t=t_1$:

- الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة $t=0$:
$$E_{t=0}=\frac{1}{2}C.(\underbrace{u_c(0)}_{=U_0})^2+\frac{1}{2}L.(\underbrace{i(0)}_{=0})^2=\frac{1}{2}CU_0{}^2$$

- الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة $t=t_1$:
$$E_{t=t_1}=\frac{1}{2}C.(\underbrace{u_c(t_1)}_{=Uc_1})^2+\frac{1}{2}L.(\underbrace{i(t_1)}_{=\frac{U_{R_1}}{R}})^2=\frac{1}{2}CUc_1{}^2+\frac{L}{2R^2}U_{R_1}{}^2$$

نعلم أن تعبير المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t=t_1$ هو:
$$\underbrace{\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(t_1)}_{=0}+\frac{(r+R)}{R}.\underbrace{u_R(t_1)}_{U_{R_1}}\ +\underbrace{u_c(t_1)}_{Uc_1}=0$$

ومنه نستنتج أن:
$$Uc_1=-\frac{(r+R)}{R}.U_{R_1}$$

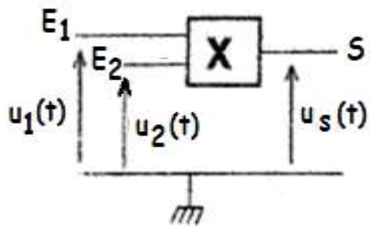
فتكتب الطاقة :
$$E_{t=t_1}=\frac{1}{2}CUc_1{}^2+\frac{L}{2R^2}U_{R_1}{}^2=\frac{1}{2}C\left(-\frac{(r+R)}{R}.U_{R_1}\right)^2+\frac{L}{2R^2}\left(U_{R_1}\right)^2$$

أو: $E_{t=t_1} = \frac{1}{2}.\left(\frac{U_{R_1}}{R}\right)^2 \times \left(L-(r+R)^2C\right)$

- يكون تعبير الطاقة المبددة هو: $|Ej| = |E_{t=t_1} - E_{t=0}| = \boxed{\left|\frac{1}{2}.\left(\frac{U_{R_1}}{R}\right)^2 \times \left(L-(r+R)^2C\right) - \frac{1}{2}CU_0{}^2\right|}$

- ت.ع: $|Ej| = \left|\frac{1}{2}\times\left(\frac{0,5}{40}\right)^2 \times \left(0,6-(8+40)^2\times 10^{-5}\right) - \frac{1}{2}\times 10^{-5}\times 12^2\right| \approx \underline{6,75.10^{-4}\,J}$

3: تضمين الوسع لإشارة جيبية:



1.3- كتابة توتر الخروج $u_S(t)$:

نبيِّن أن: $u_S(t) = \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_1.t) + A.\cos(2\pi.f_2.t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_3.t)$

التوتر عند المخرج S:

$$u_s(t) = k.u_1(t).u_2(t)$$
$$\Rightarrow u_s(t) = k.[s(t)+U_0].U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t) = k.[S_m\cos(2\pi.f_S.t)+U_0].U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t) = k.S_m.U_m.\cos(2\pi.f_S.t)\cos(2\pi.F_p.t) + k.U_0.U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t) = \frac{k.S_m.U_m}{2}\left[\cos(2\pi.(F_p+f_s).t)+\cos(2\pi.(F_p-f_s).t)\right] + k.U_0.U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t) = \frac{k.U_0.U_m}{2}\underbrace{\frac{S_m}{U_0}}_{m}\left[\cos(2\pi.(F_p+f_s).t)+\cos(2\pi.(F_p-f_s).t)\right] + \underbrace{k.U_0.U_m}_{A}\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t) = \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.(F_p+f_s).t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.(F_p-f_s).t) + A.\cos(2\pi.F_p.t)$$

- نضع: $A = kU_0U_m$ و $m = \frac{S_m}{U_0}$ و $f_1 = F_p - f_S$ و $f_2 = F_p$ و $f_3 = F_p + f_S$

ومنه: $\underline{u_s(t) = \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_2.t) + A.\cos(2\pi.f_1.t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_3.t)}$

2.3- تحديد قيمة كل من نسبة التضمين m والتردد f_S :

- من الشكل7:

* وسع الحزة ذات التردد $f_1 = F_p - f_S = 5,5kHz$ هو: $\frac{A\times m}{2} = 0,5V$

* وسع الحزة ذات التردد $f_2 = F_p = 6kHz$ هو: $A = 2V$

* وسع الحزة ذات التردد $f_3 = F_p + f_S = 6,5kHz$ هو: $\frac{A\times m}{2} = 0,5V$

نستنتج إذن أن: $m = 0,5$ و $f_S = 0,5kHz$ و $F_p = 6kHz$

التضمين الحاصل جيد لأن $m < 1$ و $F_p >> f_S$

3.3- تحديد قيمة السعة C_0:

- تعبير سعة المكثف المكافئ لتجميع المكثفين المدروسين عل التوالي هو: $C_{eq}=\frac{C_0\times C}{C_0+C}$ ومنه: $C_0=\frac{C_{eq}\times C}{C-C_{eq}}$ (1)

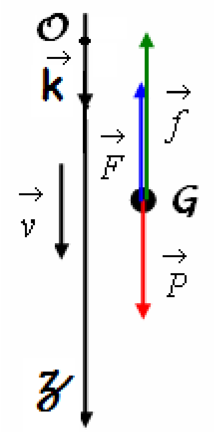
- لانتقاء الموجة المضمنة بشكل جيد يجب أن يتحقق: $F_p=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_0.C_{eq}}}$ ومنه: $C_{eq}=\frac{1}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0}$ (2)

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج: $C_0=\dfrac{\frac{1}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0}\times C}{C-\frac{1}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0}}$ أو $\underline{C_0=\frac{C}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0.C-1}}$

- ت.ع: $C_0=\frac{10^{-5}}{4\pi^2\times(6.10^3)^2\times6.10^{-2}\times10^{-5}-1}=\underline{1{,}17.10^{-8}F}$

تمرين3: الميكانيك

الجزء الأول: دراسة السقوط الرأسي باحتكاك



1- إثبات المعادلة التفاضلية لـ $v(t)$ سرعة مركز قصور الكرية:

- المجموعة المدروسة : { الكرية}

- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:

وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل:

$$mg-\rho_\ell gV_S-\lambda v=m.\frac{dv}{dt} \quad \text{مع} \quad m=\rho_S.V_S$$

إذا: $\rho_S.V_S.g-\rho_\ell gV_S-\lambda.v=\rho_S.V_S.\frac{dv}{dt}$ أو: $\frac{dv}{dt}=\frac{\rho_S.V_S.g-\rho_\ell gV_S}{\rho_S.V_S}-\frac{\lambda.v}{\rho_S.V_S}$

ومنه $$\underline{\frac{dv}{dt}+\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v=g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})}$$

2- تحديد قيمة $a_0=a(0)$ التسارع البدئي للكرية:

- تكتب المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t=0$: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}+\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v(0)=g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

- نعلم أن: $a_0=a(0)=\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$ و $v(0)=0$

- نستنتج أن: $\underline{a_0=g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})}$

- ت.ع: $a_0=9{,}8.(1-0{,}15)=\underline{8{,}33ms^{-2}}$

3- إيجاد v_ℓ القيمة للسرعة الحدية:

- السرعة الحدية هي السرعة التي تمتلكها الكرية عندما تصل النظام الدائم أي عندما تصبح $(\frac{dv}{dt})_\infty = 0$ و $v = v_\ell$

- تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_\infty + \frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v_\ell = g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

- نستنتج أن: $\underline{v_\ell = \frac{g}{\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}}.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})}$

- ت.ع: $v_\ell = \frac{9,8}{12,4}.(1-0,15) \approx \underline{0,67\,m.s^{-1}}$

4- * إثبات، باعتماد طريقة أولير، أن: $\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$

- حسب علاقة أولير: $v_2 = v_1 + a_1.\Delta t \quad (1)$ و $v_1 = v_0 + a_0.\Delta t = a_0.\Delta t \Leftrightarrow a_0 = \frac{v_1}{\Delta t} \quad (2)$

- حسب المعادلة التفاضلية: $a_1 = a_0 - \frac{v_1}{\tau} \quad (3)$

- نعوض (3) في (1): $v_2 = v_1 + (a_0 - \frac{v_1}{\tau}).\Delta t \quad (4)$

- نعوض (2) في (4): $v_2 = v_1 + (\frac{v_1}{\Delta t} - \frac{v_1}{\tau}).\Delta t \Leftrightarrow v_2 = v_1 + (1 - \frac{\Delta t}{\tau}).v_1 \Leftrightarrow v_2 = 2.v_1 - \frac{\Delta t}{\tau}.v_1$

- نستنتج أن: $\underline{\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}}$

* حساب v_2 و v_1:

- لدينا: $v_1 = a_0.\Delta t$ ، ت.ع: $v_1 = 8,33 \times 8.10^{-3} \approx \underline{6,66.10^{-2}\,m.s^{-1}}$

- لدينا: $v_2 = v_1 \times (2 - \frac{\Delta t}{\tau})$ ، ت.ع: $v_2 = 6,66.10^{-2} \times (2 - \frac{8.10^{-3}}{\frac{1}{12,4}}) \approx \underline{0,126\,m.s^{-1}}$

5- تحديد قيمة t_ℓ:

- نقوم بحل المعادلة: $v(t_\ell) = 0,99 v_\ell$

- تكتب المعادلة على الشكل: $v_\ell(1 - e^{-\frac{t_\ell}{\tau}}) = 0,99 v_\ell$

- نحصل على التعبير: $\underline{t_\ell = \tau.\ln 100}$

- ت.ع: $t_\ell = \frac{\ln 100}{12,4} = \underline{0,37\,s}$

6- إيجاد المسافة d التي قطعتها الكرية أثناء النظام الانتقالي:

- أثناء النظام الانتقالي تقطع الكرية المسافة d خلال المدة الزمنية $\Delta t_1 = t_\ell$.

- أثناء النظام الدائم تقطع الكرية المسافة d'=H-z₀-d خلال المدة الزمنية Δt_2 بسرعة ثابتة v_ℓ بحيث $\Delta t_2 = \frac{H - z_0 - d}{v_\ell}$.

- نعلم أن مدة حركة الكرية داخل السائل لقطع المسافة H-z₀ هي Δt_f.

- مما سبق نكتب العلاقة بين المدد السابقة: $\Delta t_f = \Delta t_1 + \Delta t_2$

- نحصل على العلاقة التالية بعد التعويض: $\Delta t_f = t_\ell + \dfrac{H - z_0 - d}{v_\ell}$

- نستنتج التعبير للمسافة المقطوعة: $\underline{d = H - z_0 - v_\ell(\Delta t_f - t_\ell)}$

- ت.ع: $d = 0,796 - 0,03 - 0,67 \times (1,14 - 0,37) \approx \underline{0,25m = 25cm}$

الجزء الثاني: الدراسة الطاقية لنواس مرن

1- تحديد تعبير الإطالة $\Delta\ell_0$ عند التوازن:

+ يخضع الجسم (S) إلى التأثيرات التالية:

* $\vec{P}$ وزنه * $\vec{R}$ تأثير السطح المائل * $\vec{T_0}$ تأثير النابض.

+ حسب شرط التوازن فإن: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_0} = 0$

+ نسقط هذه العلاقة على المحور Ox: $mg\sin(\alpha) + 0 - k\Delta\ell_0 = 0$ أو $mg\sin(\alpha) - k\Delta\ell_0 = 0$

+ نستنتج التعبير المطلوب: $\underline{\Delta\ell_0 = \dfrac{mg\sin(\alpha)}{k}}$

1.2- إيجاد، عند اللحظة t، تعبير طاقة الوضع Ep للمتذبذب:

- تعبير طاقة الوضع الثقالية: بالنسبة لمحور Oz رأسي وموجه نحو الأعلى: $Epp = mg(z - z_0)$

مع $z_0 = 0$ و $z = -x.\sin(\alpha)$ ، فإن: $Epp = -mg.x.\sin(\alpha)$

- تعبير طاقة الوضع المرنة: $Epe = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 + C$

عند $\Delta\ell = \Delta\ell_0$ فإن $Epe(\Delta\ell_0) = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + C = 0$ ومنه $C = -\dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2$

فيكتب تعبير هذه الطاقة: $Epe = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 - \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2$

عند اللحظة t، فإن تعبير إطالة النابض هي: $\Delta\ell = \Delta\ell_0 + x$ ، ومنه: $Epe = \dfrac{1}{2}k(x + \Delta\ell_0)^2 - \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2$

أخيرا نحصل على التعبير: $Epe = \dfrac{1}{2}kx^2 + k\Delta\ell_0.x$

- تعبير طاقة الوضع Ep للمتذبذب: $Ep = Epp + Epe \Leftrightarrow Ep = \underbrace{-mg.x.\sin(\alpha) + k\Delta\ell_0.x}_{=0} + \dfrac{1}{2}kx^2$

ويكون التعبير النهائي هو: $\underline{Ep = \dfrac{1}{2}kx^2}$

2.2- إيجاد المعادلة التفاضلية لـ x:

- تعبير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب الميكانيكي: $Em = Ec + Ep = \dfrac{1}{2}m\dot{x}^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$

- الاحتكاكات مهملة، فتنحفظ الطاقة الميكانيكية: $\dfrac{dEm}{dt} = 0$

- نقوم باشتقاق تعبير الطاقة الميكانيكية: $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2\right)=0$

$$\frac{1}{2}m\frac{d}{dt}(\dot{x}^2)+\frac{1}{2}k\frac{d}{dt}(x^2)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m.(2\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dt})+\frac{1}{2}k.(2x\frac{dx}{dt})=0 \qquad \frac{dx}{dt}=\dot{x} \text{ و } \frac{d\dot{x}}{dt}=\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{\neq 0}\left(m.\ddot{x}+k.x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow m.\ddot{x}+k.x=0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}.x=0$$

1.3.2- إيجاد قيمة كل من المقادير k و X_m و φ:

- حسب مخطط الطاقة فإن: الدور الخاص للمتذبذب $T_0=2T \Leftrightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2T \Leftrightarrow k=\frac{\pi^2.m}{T^2}$

ت.ع: $k=\frac{10\times 0,1}{0,2^2}=25N.m^{-1}$

- لدينا تعبير الطاقة E_p هو: $E_p=\frac{1}{2}k.x^2=\frac{1}{2}.kX_m^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi)=E_{pm}\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi)$

ومنه: $E_{pm}=\frac{1}{2}.kX_m^2$ أي: $X_m=\sqrt{\frac{2.E_{pm}}{k}}$ مع $E_{pm}=5.10^{-3}J$ حسب مخطط الطاقة.

ت.ع: $X_m=\sqrt{\frac{2\times 5.10^{-3}}{25}}=0,02m=2cm$

- لدينا تعبير الأفصول هو: $x(t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

وعند اللحظة t فإن: $x(0)=X_m\cos(\varphi)=X_0>0 \Leftrightarrow \cos(\varphi)>0$

- لدينا عند اللحظة $t=0$: $E_p(0)=\frac{1}{2}.kX_m^2\cos^2(\varphi)=E_{pm}\cos^2(\varphi) \Leftrightarrow \cos^2(\varphi)=\frac{E_p(0)}{E_{pm}}$

ومنه: $\cos(\varphi)=\sqrt{\frac{E_p(0)}{E_{pm}}}$

ت.ع: $\cos(\varphi)=\sqrt{\frac{1,25.10^{-3}}{5.10^{-3}}}=0,5$ أي: $\varphi=\frac{\pi}{3}rad$

2.3.2- إيجاد تعبير السرعة V_0 :

- تعبير الطاقة الميكانيكية عند اللحظة $t=0$:

$$Em_0 = \frac{1}{2}m.V_0{}^2 + \frac{1}{2}k.X_0{}^2 \Leftrightarrow Em_0 = \frac{1}{2}m.\dot{x}(0)^2 + \frac{1}{2}k.x(0)^2$$

- نلاحظ من خلال مخطط الطاقة أن: $\frac{1}{2}k.X_m{}^2 = 4\times\left(\frac{1}{2}k.X_0{}^2\right) \Leftrightarrow Ep_m = 4\times Ep_0$

- نعوض في التعبير السابق: $Em_0 = \frac{1}{2}m.V_0{}^2 + \frac{1}{8}k.X_m{}^2$

- تعبير الطاقة الميكانيكية عند توقف المتذبذب: $Em_1 = \frac{1}{2}k.X_m{}^2$

- تنحفظ الطاقة الميكانيكية للمتذبذب: $Em_0 = Em_1$

نكتب المعادلة:

$$\frac{1}{2}m.V_0{}^2 + \frac{1}{8}k.X_m{}^2 = \frac{1}{2}k.X_m{}^2$$
$$\Rightarrow 4m.V_0{}^2 + k.X_m{}^2 = 4k.X_m{}^2$$
$$\Rightarrow 4m.V_0{}^2 = 3k.X_m{}^2$$
$$\Rightarrow \underline{V_0 = X_m\sqrt{\frac{3k}{4m}}}$$